

1. Rappels :

1.1. Définition du produit vectoriel étendu :

Considérons un espace vectoriel E_N de dimension N construit sur un corps (de scalaires) K et rapporté à sa base canonique $\Omega = (\mathbf{e}_0, \dots, \mathbf{e}_\gamma, \dots, \mathbf{e}_{N-1})$ que nous considérerons être un élément ordonné de $E_N \times \dots \times N$ fois $\dots \times E_N$.

Par définition, un produit vectoriel étendu sur cet espace vectoriel désigne une application (opération) générique notée Δ de $E_N \times E_N$ vers E_N telle que :

$$\begin{aligned} \forall (\mathbf{u}, \mathbf{w}) \in E_N \times E_N \\ \downarrow \\ \Delta(\mathbf{v}, \mathbf{w}) = A_{\alpha\beta}^\gamma \cdot v^\alpha \cdot w^\beta \cdot \mathbf{e}_\gamma \quad (1) \end{aligned}$$

1.2. Remarque 01 : dépendance topologique.

Comme pour le calcul tensoriel, une telle définition ne vaut que localement et contient implicitement une forte dépendance topologique. De sorte qu'il serait plus précis et judicieux de considérer un espace topologique T et dans celui-ci un événement M auquel une application vectorielle de T dans E_N fait correspondre bi-univoquement une série de vecteurs : par exemple $\mathbf{v}(M), \mathbf{w}(M), \dots$

$$\begin{aligned} \forall M \in T \\ \downarrow \\ \{\mathbf{u}(M), \mathbf{w}(M), \dots\} \\ \downarrow \\ \Delta(\mathbf{v}(M), \mathbf{w}(M)) \\ = \\ A_{\alpha\beta}^\gamma(M) \cdot v^\alpha(M) \cdot w^\beta(M) \cdot \mathbf{e}_\gamma(M) \quad (2) \end{aligned}$$

1.3. Remarque 02 : dépendance au cube A.

S'il est défini pour chaque événement M de T au moins deux champs vectoriels \mathbf{v} et \mathbf{w} et qu'il existe de manière équivalente une application qui à chacun de ces événements peut associer un cube de scalaires de K noté conventionnellement ∇A , appelé cube A en M , le produit vectoriel étendu n'est plus seulement une opération interne locale sur E_N , il devient également un champ vectoriel puisque in fine :

$$\begin{aligned} \forall M \in T \\ \downarrow \\ (\mathbf{u}(M), \mathbf{w}(M)) \in E_N \times E_N \\ \forall M \in T \rightarrow \nabla A(M) \in K_{NNN} \\ \forall M \in T \rightarrow \Delta_{(\nabla A)}(\mathbf{v}(M), \mathbf{w}(M)) \end{aligned}$$

Mais nous comprenons aussi que la définition d'un produit vectoriel étendu est cube A dépendante et qu'il convient ainsi d'écrire plus exactement :

$$\begin{aligned} \Delta_{(\nabla A)}(\mathbf{v}(M), \mathbf{w}(M)) \\ = \\ A_{\alpha\beta}^\gamma(M) \cdot v^\alpha(M) \cdot w^\beta(M) \cdot \mathbf{e}_\gamma(M) \quad (3) \end{aligned}$$

1. Recall:

1.1 Definition 01 :

Let E_N be a vector space of dimension N built on any body K and referred to its canonical basis $\Omega = (\mathbf{e}_0, \dots, \mathbf{e}_\gamma, \dots, \mathbf{e}_{N-1})$ that we shall consider to be an ordered element of $E_N \times \dots \times N$ times $\dots \times E_N$.

Per definition, the extended vector product on E_N is a generic *inner* operation on this vector space, that is a function $\Delta: E_N \times E_N \rightarrow E_N$ defined by:

1.2. Remark 01: Topological dependence.

Exactly as for the tensor calculus, this definition holds locally and implicitly contains a strong topological dependence. This means that it would be more appropriate to consider a topological space T and series of applications from it to E_N . Let M be an event in the topological space T of which E_N only is an image; we should better write:

1.3. Remark 02: Cube dependence.

The values taken by the components of a given cube ∇A can vary from event to event. But not only that, the existence of a second cube on E_N , call it ∇B , would a priori define another and totally different inner operation on E_N because the values taken by the components of this other cube are a priori not always the same than the values of the first cube for each given event of E_N . This approach is thus implicitly defining a field of the values of the cube ∇A . The existence of one cube is thus defining only one precise inner operation on E_N . Thus we could also define at a more general level of abstraction a field of the cubes. We leave this point for later and just remark the necessity to write our definition better:

2. Le cas du cube de Christoffel :

2.1. Propriété spéciale :

Réduisons la discussion générale à un espace de dimension $N = 4$. Si par le plus grand des hasards momentanés le cube A se confond avec le cube des symboles de Christoffel de la seconde espèce,

$${}^{(4)}\nabla A = {}^{(4)}\nabla \Gamma (4),$$

il est possible d'écrire (Nous adoptons ici la notation et la convention*¹ usitées dans la référence [01] ; §1.7. ; (1.7.2.)) :

$$\nabla_v \mathbf{w} = \partial_v \mathbf{w} + \Delta_{(\nabla \Gamma)}(\mathbf{w}(M), \mathbf{v}(M)) (5)$$

2.2. Le cas des vecteurs parallèlement transportés :

De sorte que, si dans ce cas précis, le vecteur \mathbf{w} se trouve être parallèlement transporté par rapport au vecteur \mathbf{v} , alors, exceptionnellement $\nabla_v \mathbf{w} = \mathbf{0}$ (6) et :

$$\begin{aligned} \Gamma_{\alpha\beta}^{\gamma} \cdot w^{\alpha} + \partial w^{\gamma} / \partial v^{\beta} &= 0 (7) \\ \Gamma_{\alpha\beta}^{\gamma} \cdot w^{\alpha} \cdot v^{\beta} + \partial w^{\gamma} / \partial v^{\beta} \cdot v^{\beta} &= 0 (8) \\ (\Gamma_{\alpha\beta}^{\gamma} \cdot w^{\alpha} \cdot v^{\beta} + \partial w^{\gamma} / \partial v^{\beta} \cdot v^{\beta}) \cdot \mathbf{e}_{\gamma} &= \mathbf{0} (9) \\ \Delta_{(\nabla \Gamma)}(\mathbf{w}(M), \mathbf{v}(M)) &= -(\partial w^{\gamma} / \partial v^{\beta}) \cdot v^{\beta} \cdot \mathbf{e}_{\gamma} (10) \end{aligned}$$

2.2.1. Définition : une famille spéciale de $E_N \times E_N$

Ces circonstances spéciales donnent finalement une signification simple et évidente au produit vectoriel étendu de deux vecteurs lorsque ceux-ci appartiennent à une famille spéciale : le premier est transporté parallèlement au second et la connexion locale coïncide avec le cube définissant localement le produit vectoriel étendu.

2.2.2. Une piste à étudier :

Par ailleurs, elles invitent à vérifier l'existence (ou non) d'une relation étroite, dans l'espace dual de E_N , entre les coordonnées d'un produit vectoriel étendu de la famille considérée ici et la matrice carrée ($N-N$), élément de K_{NN} , notée $T_2(o)(\partial_v, \mathbf{w})$ et que nous pourrions appeler produit pythagorien relativement à l'opération dite « composition des fonctions » du vecteur opérateur gradient par rapport au second vecteur par le vecteur parallèlement transporté.

2.3. Exemple :

Notons que nous avons déjà rencontré ce genre de matrice dans notre toute première investigation [ThP01F.pdf](#) sous la forme des matrices carrées (3-3) $T_2(o)({}^{(3)}\partial_x, {}^{(3)}\mathbf{E})$ et $T_2(o)({}^{(3)}\partial_x, {}^{(3)}\mathbf{H})$ où \mathbf{x} représente le vecteur position locale, ${}^{(3)}\mathbf{E}$ représente le champ électrique ordinaire et ${}^{(3)}\mathbf{H}$ le champ magnétique ordinaire.

Nous pouvons en déduire que dans un espace temps où vaut l'identité :

2. The Christoffel's cube:

2.1. Special property:

Let us reduce this very general discussion to a vector space of dimension $N = 4$. If, by the greatest hazard and just for a short while, the cube A is in coincidence with the so-called Christoffel's cube built with the N^3 Christoffel's symbols of second kind,

adopting the notation and the convention*¹ of [01] ; § 1.7. ; (1.7.2.), we get:

2.2. Parallel transported vectors:

In these precise circumstances, if the vector \mathbf{w} is parallel transported by respect for the vector \mathbf{v} , we get the very simple relation $\nabla_v \mathbf{w} = \mathbf{0}$ (6) and:

At the end, these special circumstances are giving us the possibility of a concrete computation for a special family of extended vector products.

2.2.1. Definition: special family of $E_N \times E_N$

This special family consists in all pairs of $E_N \times E_N$ for which the first element is parallel transported by respect for the second one.

2.2.2. Proposition:

But not only that; it also suggests a possible connection via a dilatation function (involving a dual space of the vector space E_N) between the Pythagorean product $T_2(o)(\partial_v, \mathbf{w})$ and the coordinates of any element of this special family of extended vector products. We leave this point for later.

2.3. Application:

As a matter of fact we did still encounter such Pythagorean product in our very first essay concerning electromagnetism in vacuum (see [ThP01.pdf](#)) under the formalism of the $T_2(o)({}^{(3)}\partial_x, {}^{(3)}\mathbf{E})$ and $T_2(o)({}^{(3)}\partial_x, {}^{(3)}\mathbf{H})$ matrices where ${}^{(3)}\mathbf{x}$ was the local position vector, ${}^{(3)}\mathbf{E}$ the ordinary electrical field and ${}^{(3)}\mathbf{H}$ the ordinary magnetic field.

We can deduce from these considerations that in regions of a space time where the following relation holds:

$${}^{(3)}\nabla \mathbf{A} = {}^{(3)}\nabla \Gamma \quad (11),$$

signant que les produits vectoriels étendus seraient déterminés par la partie spatiale du cube local de Christoffel, et si ${}^{(3)}\mathbf{E}$ et ${}^{(3)}\mathbf{H}$ sont parallèlement transportés par rapport à ${}^{(3)}\mathbf{x}$:

and if, in these regions, ${}^{(3)}\mathbf{E}$ and ${}^{(3)}\mathbf{H}$ are parallel transported by respect for ${}^{(3)}\mathbf{x}$, then:

$$\Delta_{(\nabla\Gamma)}(\mathbf{E}(\mathbf{M}), \mathbf{x}(\mathbf{M})) = -\partial E^\gamma / \partial x^\beta \cdot x^\beta \cdot \mathbf{e}_\gamma \quad (12)$$

$$\Delta_{(\nabla\Gamma)}(\mathbf{H}(\mathbf{M}), \mathbf{x}(\mathbf{M})) = -\partial H^\gamma / \partial x^\beta \cdot x^\beta \cdot \mathbf{e}_\gamma \quad (13)$$

Il est réconfortant de constater que des circonstances dans lesquelles ${}^{(3)}\mathbf{E}$ est parallèlement transporté par rapport à ${}^{(3)}\mathbf{x}$ existent réellement dans la nature. Nous pouvons en donner deux exemples simples.

We luckily know real circumstances where ${}^{(3)}\mathbf{E}$ is parallel transported by respect for ${}^{(3)}\mathbf{x}$. Let us take two illustrations of that:

1°) Considérons deux charges électriques de module q et de signe contraire, initialement au repos et distante de la distance D . L'une d'elles sert d'origine au repère dans lequel les discussions ont lieu. Libérons l'une d'elle. Il existe un champ électrique entre elles qui tend à les rapprocher l'une de l'autre selon une trajectoire rectiligne passant par leurs centres respectifs. Dans ce cas précis nous pouvons dire que champ électrique ${}^{(3)}\mathbf{E}$ et vecteur directeur de la trajectoire, \mathbf{x} , sont colinéaires.

1°) Let us consider two electrical charges (q) with opposite sign initially at rest. One of them is the origin of the frame where the discussion occurs. The initial distance is D . Let one of them be free. A natural attraction occurs and the unit vector of its trajectory is in coincidence with the unit vector of the electrical field connecting them.

Puisque sur chaque lieu de la trajectoire de la charge libre un champ électrique (Celui dont elle subit l'effet de la part de celle restée au repos) et son vecteur position restent parallèles l'un à l'autre, rien n'empêche de considérer, du point de vue de la particule libre ou de tout autre observateur, que tout concourt à donner l'illusion que le champ électrique dont elle subit l'effet se déplace parallèlement à l'axe de la trajectoire, apparemment transportée avec elle. Il n'en est bien évidemment rien et il s'agit bien d'une sorte d'illusion. Nous utilisons cet apparent transport parallèle pour justifier le calcul du produit $\Delta_{(\nabla\Gamma)}(\mathbf{E}(\mathbf{M}), \mathbf{x}(\mathbf{M}))$ selon la relation (12).

Since the circumstances of this motion are preserved all along the experience, nothing avoid the possibility to say that, from the point of view of any observer or of the free particle which is undergoing the action of the electrical field of the charge at rest, everything looks like if ${}^{(3)}\mathbf{E}$ would be parallel transported (by the free falling charge) by respect for ${}^{(3)}\mathbf{x}$. Despite the fact that the free charge is not transporting the field that is applied on it, any observer can measure this field acting on it along its trajectory and get the illusion that it would be carrying the field. This kind of parallel transport only is an illusion. This does not prohibit the calculation of $\Delta_{(\nabla\Gamma)}(\mathbf{E}(\mathbf{M}), \mathbf{x}(\mathbf{M}))$ with the help of (12).

$${}^{(3)}\mathbf{E} = (q/D^3) \cdot {}^{(3)}\mathbf{x} // {}^{(3)}\mathbf{x} \quad (14)$$

$$\|{}^{(3)}\mathbf{x}(t=0)\| = D \quad (15)$$

$$E^\beta = (q/D^3) \cdot x^\beta \quad (16)$$

$$\Delta_{(\nabla\Gamma)}(\mathbf{E}(\mathbf{M}), \mathbf{E}(\mathbf{M})) = -\partial E^\gamma / \partial x^\beta \cdot E^\beta \cdot \mathbf{e}_\gamma \quad (17)$$

Les composantes du vecteur apparaissant à droite de la relation (17) sont les termes $T_2(o)({}^{(3)}\partial_x, {}^{(3)}\mathbf{E})$. ${}^{(3)}\mathbf{E}$ apparus pour la première fois dans [ThP01F.pdf](#). Ils sont les composantes d'une sorte de force de bi-polarisation.

Components of the vector on the right hand of (17) surprisingly are the $T_2(o)({}^{(3)}\partial_x, {}^{(3)}\mathbf{E})$. ${}^{(3)}\mathbf{E}$ that we encountered for the first time in (see [ThP01.pdf](#)). We actually know that they are the components of a kind of bi-polarization force.

2°) Il est toujours possible de dire que les champs électrique et magnétique associés à n'importe quelle onde EM plane progressive dans le vide sont parallèlement transportés par rapport au vecteur déplacement de ladite onde. Mais dans ces circonstances, les vecteurs ${}^{(3)}\mathbf{E}$ et ${}^{(3)}\mathbf{x}$ sont réputés être orthogonaux.

2°) Since for any EM plane wave progressing in vacuum, ${}^{(3)}\mathbf{E}$ and ${}^{(3)}\mathbf{H}$ are effectively parallel transported by respect for ${}^{(3)}\mathbf{x}$, this is surprisingly giving a physical interpretation to our extended vector products. But in this cases, ${}^{(3)}\mathbf{E}$ and ${}^{(3)}\mathbf{H}$ are orthogonal vectors.

Les coordonnées du produit $\Delta_{(\nabla\Gamma)}(\mathbf{E}(\mathbf{M}), \mathbf{x}(\mathbf{M}))$ dans la base Ω ont donc un lointain rapport avec la puissance électrique développée par la diffusion des ... et avec les forces de polarisation induites par ... les ondes planes progressives dans le vide.

Coordinates of $\Delta_{(\nabla\Gamma)}(\mathbf{E}(\mathbf{M}), \mathbf{x}(\mathbf{M}))$ in $\Omega = (\mathbf{e}_0, \dots, \mathbf{e}_\gamma, \dots, \mathbf{e}_{N-1})$ are thus more or less referred to the power developed by ... and with the polarization forces induced by ... the progressive EM plane wave in vacuum.

3. Décompositions des produits étendus

3.1. Principe :

Nous posons par principe (bien qu'il existe de multiples justifications, par exemple géométrique à la faire) la question de savoir s'il existe, ici et maintenant, des décompositions $([P], \mathbf{z})$ dans $K_{NN} \times E_N$ de n'importe quel produit vectoriel étendu quand celui-ci est défini :

$$\Delta_{(\nabla_A)}(\mathbf{v}(M), \mathbf{w}(M)) = [P(M)] \cdot \mathbf{w}(M) + \mathbf{z}(M) \quad (18)$$

Nous remarquons que la manière de poser la question justifie le vocable « décomposition » utilisé à l'encontre du premier vecteur, \mathbf{u} , impliqué dans le produit vectoriel étendu précisément étudié. En effet le second vecteur impliqué, \mathbf{w} , reste inchangé tandis que le premier semble « éclater en deux parties ».

3.2. Décompositions triviales :

Par définition, ce sont les décompositions du genre $([Q], \mathbf{0})$. On dit qu'elles n'ont pas de « reste » pour signifier que $\mathbf{z} = \mathbf{0}$ et marquer une certaine analogie avec la notion de division, cette fois-ci appliquée aux vecteurs. Dans la pratique, nous avons :

$$\Delta_{(\nabla_A)}(\mathbf{v}, \mathbf{w}) = [Q] \cdot \mathbf{w} \quad (19)$$

$$A_{\alpha\beta}^\gamma \cdot v^\alpha \cdot w^\beta \cdot \mathbf{e}_\gamma = q_{\gamma\beta} \cdot w^\beta \cdot \mathbf{e}_\gamma \quad (20)$$

Puisque les \mathbf{e}_γ sont des vecteurs de base

$$A_{\alpha\beta}^\gamma \cdot v^\alpha \cdot w^\beta = q_{\gamma\beta} \cdot w^\beta \quad (21)$$

$$(A_{\alpha\beta}^\gamma \cdot v^\alpha - q_{\gamma\beta}) \cdot w^\beta = 0 \quad (22)$$

Pour qu'un tel système soit satisfait, plusieurs possibilités apparaissent :

$$1^\circ) \mathbf{w} = \mathbf{0} \quad (23)$$

$$2^\circ) (A_{\alpha\beta}^\gamma \cdot v^\alpha - q_{\gamma\beta}) = 0, \forall \mathbf{w} \quad (24)$$

$$3^\circ) |A_{\alpha\beta}^\gamma \cdot v^\alpha - q_{\gamma\beta}| = 0, \forall \mathbf{w} \quad (25)$$

3.3. Le cas du cube de Christoffel :

Dans le cas fortuit où :

$${}^{(4)}\nabla_A = {}^{(4)}\nabla_\Gamma \quad (4),$$

Les décompositions triviales peuvent être réalisées quand :

$$1^\circ) \mathbf{w} = \mathbf{0} \quad (23)$$

$$2^\circ) (\Gamma_{\alpha\beta}^\gamma \cdot v^\alpha - q_{\gamma\beta}) = 0, \forall \mathbf{v}, \forall \mathbf{w} \quad (26)$$

$$3^\circ) |\Gamma_{\alpha\beta}^\gamma \cdot v^\alpha - q_{\gamma\beta}| = 0, \forall \mathbf{w} \quad (27)$$

3.3.1. Remarque 03 :

Supposons que dans ces conditions, le vecteur \mathbf{v} est transporté parallèlement au vecteur \mathbf{w} . Ceci se traduit en général par :

$$\Gamma_{\alpha\beta}^\gamma \cdot v^\alpha + \partial v^\gamma / \partial w^\beta = 0 \quad (28)$$

3. Split

3.1 Principe :

We pose, per principle, the question to know if there exists some split of any extended vector product, here and now, under the form of a pair $([P], \mathbf{z})$ of $K_{NN} \times E_N$ so that:

We immediately remark that the way of asking contains a self explanation for the term “split”. Indeed it is referring to the first vector involved in the extended product under consideration that seems to split into two part whilst the second one stays unchanged.

3.2. Trivial split:

Per definition, trivial split are those for which the result of the split of \mathbf{u} is a pair $([Q], \mathbf{0})$. We shall say that they have no “rest” and that means that $\mathbf{z} = \mathbf{0}$. This is pointing out a kind of analogy with the unknown notion of division for vectors. In fact we have:

Because the \mathbf{e}_γ are basis vectors:

3.3. The Christoffel's cube:

For the very special case where:

3.3.1. Remark 03

Suppose that \mathbf{v} is parallel transported by respect for \mathbf{w} . We get:

Déduisez-en sans difficulté que si tel est le cas (le vecteur \mathbf{v} est transporté parallèlement au vecteur \mathbf{w})*², alors : Deduce consequently without difficulty that if \mathbf{v} is parallel transported by respect for \mathbf{w} , then:

$$\partial v^\gamma / \partial w^\beta + q_{\gamma\beta} = 0 \quad (29),$$

est une solution naturelle possible pour décomposer le produit vectoriel étendu : $\Delta_{(\nabla\Gamma)}(\mathbf{v}(M), \mathbf{w}(M))$. Nous en déduisons que dans ces conditions (la relation 4 + *²) la matrice is a natural way to find a trivial split for the extended vector product $\Delta_{(\nabla\Gamma)}(\mathbf{v}(M), \mathbf{w}(M))$. It evidently appears that if (4) holds and if \mathbf{v} is parallel transported by respect for \mathbf{w} , then the matrix $[Q]$ defined by the following relation is a solution for which (26) is true:

$$[Q] = -T_2(o)(\partial_{\mathbf{w}}, \mathbf{v}) \quad (30)$$

Supposons que cette solution naturelle soit réalisée, alors, en débutant avec (26) nous obtenons (28) et : Suppose this natural solution is realized. What does it means ? Starting with (26), we get (28) and then:

$$\Gamma_{\alpha\beta}^\gamma \cdot v^\alpha \cdot w^\beta + \partial v^\gamma / \partial w^\beta \cdot w^\beta = 0 \quad (31)$$

$$\Delta_{(\nabla\Gamma)}(\mathbf{v}(M), \mathbf{w}(M)) + \partial v^\gamma / \partial w^\beta \cdot w^\beta \cdot \mathbf{e}_\gamma = 0 \quad (32)$$

3.3.3. Théorème :

En substance, la relation (32) n'est rien d'autre que la relation (10) dans laquelle les rôles respectifs des vecteurs \mathbf{v} et \mathbf{w} ont été échangés. Ceci prouve la cohérence de cette relation. Mais ce n'est pas là le point important à remarquer.

Mieux vaut remarquer que le produit vectoriel étendu de deux vecteurs appartenant à la famille spéciale de $E_N \times E_N$ définie au § 2.2.1. ci-dessus reçoit naturellement au moins une décomposition triviale. C'est la matrice Jacobienne du vecteur transporté parallèlement par rapport à l'autre.

3.3.4. Remarque 04 :

Les relations (28) et (29) sont intéressantes en ce qu'elles contiennent implicitement le cas particulier d'un vecteur étant parallèlement transporté par rapport à lui-même. La nature connaît au moins un exemple de ce type de vecteur, à savoir le vecteur d'onde, habituellement noté \mathbf{k} . Il est également notable de constater qu'au signe près, la relation (28) est la relation que doivent satisfaire les composantes de la connexion locale pour que la Loi de Lorentz Einstein puisse être transcrite sous la forme d'un opérateur vectoriel différentiel du second ordre (voir à cet effet [Q53.pdf](#); la fin du document) :

$$\Gamma_{\alpha\beta}^\gamma \cdot x^\alpha + \partial x^\gamma / \partial x^\beta = 0$$

$$\Gamma_{\alpha\beta}^\gamma \cdot x^\alpha + \delta^\gamma_\beta = 0 \quad (33)$$

3.3.3. Theorem:

In a first analyze, relation (32) is nothing else but the relation (10) where the roles of the vectors \mathbf{v} and \mathbf{w} have been exchanged; this is a kind of coherence. This is not the point of interest here.

Let us better make the remark that any extended vector product of two vectors belonging to this special family of $E_N \times E_N$ (see § 2.2.1. above) owns at least one natural trivial split. This is the Jacobian matrix of the parallel transported vector by respect for the other one.

3.3.4. Remark 04

Relations (28) and (29) are quite interesting. They implicitly contain the case of a vector \mathbf{v} that would be parallel transported by respect for itself. There exists at least one concrete example of this kind of vector in the nature, namely the wave vector, usually denoted by \mathbf{k} . It is also of interest to note that if the vector \mathbf{v} would be here a position vector \mathbf{x} , relation (28) would be:

which is, up to a minus sign, exactly the cardinal condition for a connection to allow a representation of the Lorentz Einstein Law under the formalism of a vector differential operator of second order (see [PLE.pdf](#)).

Bibliography

Bibliographie

[01] *Advanced General Relativity* ; John Stewart ; Cambridge monographs on mathematical physics ; edited by P.V. Landshoff, D.R. Nelson, D.W. Sciama and S. Weinberg ; Cambridge University Press ; 2003.